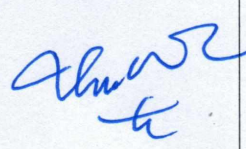


Trường ĐHBKHN Viện Điện Bm. DKTD	ĐỀ THI CUỐI KỲ 20181 Học phần: Tín hiệu & Hệ thống Mã học phần: EE2000 Thời gian làm bài: 90 phút Ngày thi: 07/01/2019 Đề số 1	Cán bộ phụ trách HP Phạm Văn Trường Đào Phương Nam Đỗ Thị Tú Anh	BCN bộ môn duyệt 
Điểm	Chữ ký CB chấm thi	CB coi thi 1	CB coi thi 2

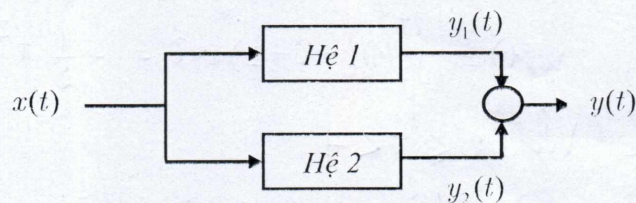
Họ tên SV: ĐÁP AN Mã số SV: Số thứ tự:

Lưu ý: Sinh viên làm bài trực tiếp vào 4 mặt giấy này. Chỉ được sử dụng 1 quyển slide bài giảng, 1 vở ghi bài tập viết tay, và máy tính không lập trình được.

Bài 1 (Đáp ứng xung và tích chập) [5đ]

Xét hai hệ thống tuyến tính bất biến (hệ LTI) được ghép song song với nhau như Hình 1 dưới đây. Giả thiết tín hiệu vào là:

$$x(t) = -(t-2)[u(t) - u(t-2)].$$



Hình 1

a) (1đ) Các đáp ứng xung $h_1(t)$ và $h_2(t)$ của hai hệ thống con là gì?

[Gợi ý: Sử dụng $\int_{t_1}^{t_2} \delta(\tau) d\tau = 1$ với bất kỳ $t_1 < 0 < t_2$.] hoặc $\int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau = u(t)$.

$$\text{Ta có } h_1(t) = \int_{t-1}^t \delta(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau - \int_{-\infty}^{t-1} \delta(\tau) d\tau = u(t) - u(t-1).$$

$$h_2(t) = \int_{t-2}^{t-1} \delta(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^{t-1} \delta(\tau) d\tau - \int_{-\infty}^{t-2} \delta(\tau) d\tau = u(t-1) - u(t-2).$$

b) (1đ) Đáp ứng xung $h(t)$ của cả hệ thống là gì?

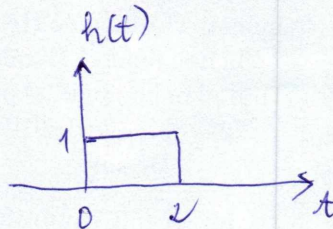
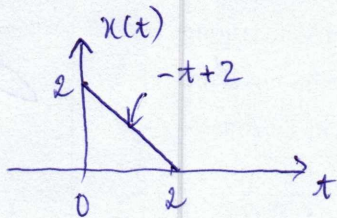
Do hai hệ ghép song song nên

$$h(t) = h_1(t) + h_2(t) = [u(t) - u(t-1)] + [u(t-1) - u(t-2)] = u(t) - u(t-2).$$

c) (1đ) Cả hệ thống có nhân quả không? có ổn định không? Hãy giải thích.

Để thấy $h(t)$ là tín hiệu nhân quả, nên hệ thống là nhân quả. Mặt khác do $\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt = \int_0^2 dt = t \Big|_0^2 = 2 < \infty$, nên hệ thống là ổn định.

d) (1đ) Hãy vẽ $x(t)$ và $h(t)$.



e) (1.5đ) Hãy tính và vẽ tín hiệu ra $y(t)$ của ca hệ thống.

Ta có $y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau$.

Áp dụng phương pháp đồ thị, ta có các trường hợp sau
- Với $t < 0$, hai đồ thị $x(\tau)$ & $h(t-\tau)$ không chồng lên nhau, suy ra $y(t) = 0$.

- Với $0 \leq t < 2$, hai đồ thị chồng lên nhau trong khoảng $[0, t]$ nên

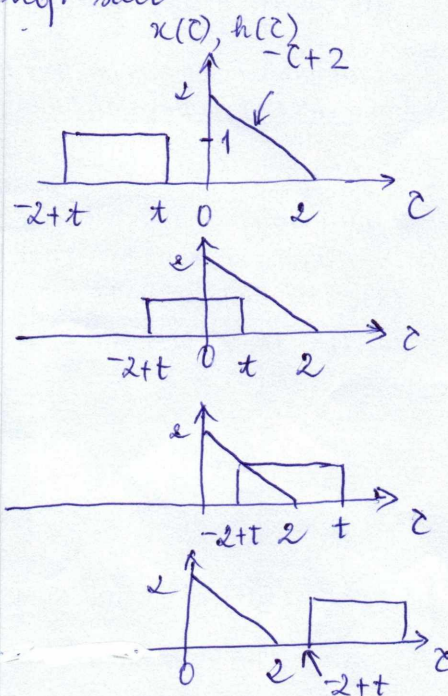
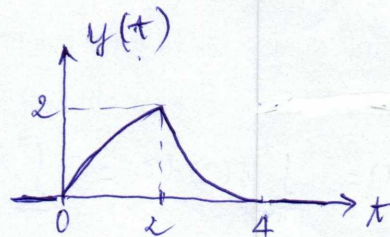
$$y(t) = \int_0^t (1)(-\tau+2) d\tau = -\frac{1}{2}t^2 + 2t,$$

- Với $2 \leq t < 4$,

$$y(t) = \int_{-2+t}^2 (1)(-\tau+2) d\tau = \frac{t^2}{2} - 4t + 8.$$

- Với $t \geq 4$, $y(t) = 0$

Vậy $y(t) = \begin{cases} -\frac{1}{2}t^2 + 2t, & 0 \leq t < 2 \\ \frac{t^2}{2} - 4t + 8, & 2 \leq t < 4 \\ 0, & t \text{ khác} \end{cases}$



Bài 2 (Phép biến đổi Fourier)

a) (1đ) Hãy tính và vẽ phổ (ảnh Fourier) của tín hiệu tuần hoàn $x(t)$ có biểu thức như sau:

$$x(t) = 2\cos(\pi t) + 5\cos(3\pi t - \pi).$$

Trước hết, ta sử dụng hệ quả của công thức Euler để tìm hệ số chuỗi Fourier cho $x(t)$. Ta có:

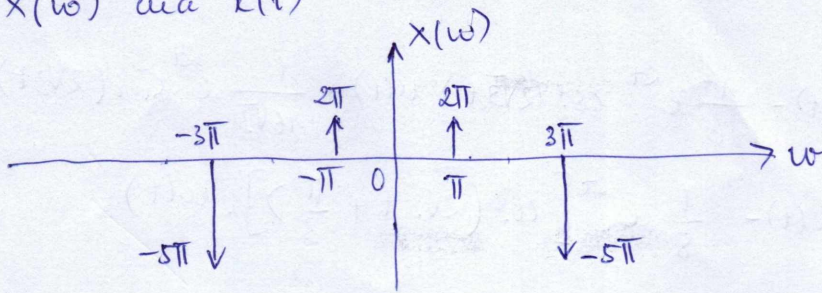
$$\begin{aligned} x(t) &= e^{j\pi t} + e^{j(-\pi)t} + \frac{5}{2}e^{j(3\pi t - \pi)} + \frac{5}{2}e^{j(-3\pi t - \pi)} \\ &= e^{j\pi t} + e^{j(-1)\pi} - \frac{5}{2}e^{j3\pi t} - \frac{5}{2}e^{-j3\pi t}. \end{aligned}$$

Để thấy tần số góc cơ sở là $\omega_0 = \pi \text{ rad/s}$, suy ra

$$c_1 = c_2 = -1, \quad c_3 = c_{-3} = -\frac{5}{2}.$$

Vậy $X(\omega) = 2\pi [\delta(\omega - \pi) + \delta(\omega + \pi)] - 5\pi [\delta(\omega - 3\pi) + \delta(\omega + 3\pi)].$

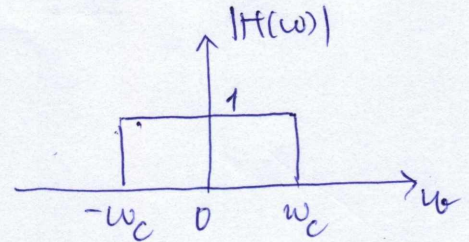
Vẽ Phasor $X(\omega)$ của $x(t)$



b) (1đ) Giả sử $x(t)$ được cho qua một bộ lọc lý tưởng sao cho ở đầu ra của bộ lọc ta thu được $y(t) = 2 \cos(\pi t)$. Đó là loại bộ lọc gì? Hãy vẽ đáp ứng biên độ - tần số $|H(\omega)|$ của bộ lọc và tìm điều kiện của tần số ngưỡng ω_c của bộ lọc.

Bộ lọc là thông thấp có đáp ứng biên độ - tần số $|H(\omega)|$ như hình vẽ.

Điều kiện để có tín hiệu ra $y(t) = 2 \cos(\pi t)$ thì $\pi < \omega_c < 3\pi$ (rad/s).



Bài 3 (Hàm truyền)

Cho một hệ thống bậc hai có quan hệ vào-ra được cho bởi phương trình vi phân

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} - 4 \frac{dy}{dt} + y(t) = x(t).$$

a) (1đ) Hãy tìm hàm truyền $H(s)$ của hệ thống.

Lấy ảnh Laplace cho hai vế của phương trình trên, ta có

$$s^2 Y(s) - 4s Y(s) + 16 Y(s) = X(s) \quad (\text{giả thiết sơ kiện bằng 0}).$$

$$(s^2 - 4s + 16) Y(s) = X(s)$$

Vậy hàm truyền $H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{s^2 - 4s + 16}.$

b) (2đ) Hãy tìm tín hiệu ra $y(t)$ của hệ thống với tín hiệu vào dạng bước nhảy đơn vị $x(t) = u(t)$. Vẽ phác $y(t)$.

Với $x(t) = u(t)$, ta có $X(s) = \frac{1}{s}.$

Do đó $Y(s) = H(s) \cdot X(s) = \frac{1}{s(s^2 - 4s + 16)} = \frac{A}{s} + \frac{Bs + C}{s^2 - 4s + 16}$

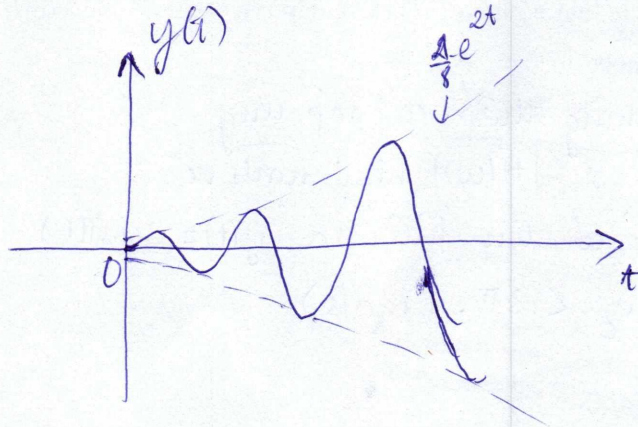
trong đó $A = \frac{1}{16}$, $B = -\frac{1}{16}$, $C = \frac{1}{4}$. Do đó

$$Y(s) = \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{s} - \frac{1}{16} \cdot \frac{s-2}{(s-2)^2 + (2\sqrt{3})^2} + \frac{1}{16\sqrt{3}} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{(s-2)^2 + (2\sqrt{3})^2}.$$

$$\Rightarrow y(t) = \frac{1}{16} u(t) - \frac{1}{16} e^{2t} \cdot \cos(2\sqrt{3}t) \cdot u(t) + \frac{1}{16\sqrt{3}} e^{2t} \sin(2\sqrt{3}t) u(t)$$

$$= \frac{1}{16} u(t) - \frac{1}{8} e^{2t} \left[\cos\left(2\sqrt{3}t + \frac{\pi}{3}\right) \right] \cdot u(t)$$

Vẽ phác $y(t)$



Trường ĐHBKHN Viện Điện Bm. ĐKTD	ĐỀ THI CUỐI KỲ 20181 Học phần: Tín hiệu & Hệ thống Mã học phần: EE2000 Thời gian làm bài: 90 phút Ngày thi: 07/01/2019 Đề số 2	Cán bộ phụ trách HP Phạm Văn Trường Đào Phương Nam Đỗ Thị Tú Anh	BCN bộ môn duyệt
Điểm	Chữ ký CB chấm thi	CB coi thi 1 	CB coi thi 2

Họ tên SV: ĐÁP ÁN Mã số SV: Số thứ tự:

Lưu ý: Sinh viên làm bài trực tiếp vào 4 mặt giấy này. Chỉ được sử dụng 1 quyển slide bài giảng, 1 vở ghi bài viết tay, và 1 máy tính không lập trình được.

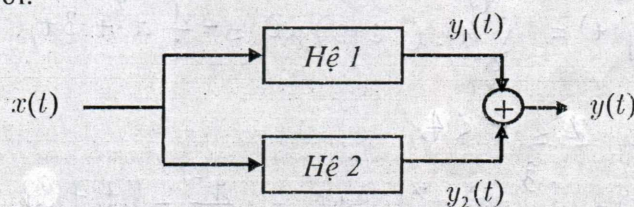
Bài 1 (Đáp ứng xung và tích chập) (5đ)

Xét hai hệ thống tuyến tính bất biến (hệ LTD) được ghép song song với nhau như Hình 1 dưới đây.

Biết rằng quan hệ vào-ra của hai hệ được cho bởi:

$$y_1(t) = \int_{t-1}^t x(\tau) d\tau,$$

$$y_2(t) = \int_{t-3}^{t-1} x(\tau) d\tau.$$



Hình 1.

a) (1đ) Các đáp ứng xung $h_1(t)$ và $h_2(t)$ của hai hệ thống con là gì?

[Gợi ý: Sử dụng $\int_{t_1}^{t_2} \delta(\tau) d\tau = 1$ với bất kỳ $t_1 < 0 < t_2$, hoặc sử dụng $\int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau = u(t)$.]

Ta có $h_1(t) = \int_{t-1}^t \delta(\tau) d\tau = \begin{cases} 1, & 0 < t < 1 \\ 0, & t \text{ khác} \end{cases} = u(t) - u(t-1)$

$h_2(t) = \int_{t-3}^{t-1} \delta(\tau) d\tau = \begin{cases} 1, & 1 < t < 3 \\ 0, & t \text{ khác} \end{cases} = u(t-1) - u(t-3)$

b) (1đ) Đáp ứng xung $h(t)$ của cả hệ thống là gì?

Do hai hệ ghép song song nên

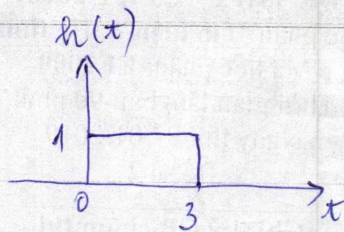
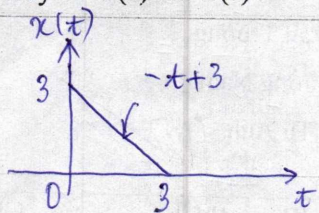
$$h(t) = h_1(t) + h_2(t) = u(t) - u(t-3).$$

c) (1đ) Cả hệ thống có nhân quả không? có ổn định không? Hãy giải thích.

Do $h(t) = 0$ với $t < 0$ nên hệ là nhân quả.

Mặt khác $\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt = \int_0^3 dt = t \Big|_0^3 = 3 < \infty$, nên hệ ổn định.

d) (1đ) Hãy vẽ $x(t)$ và $h(t)$.



e) (1đ) Hãy tính và vẽ tín hiệu ra $y(t)$ của cả hệ thống.

Ta có $y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau$

Sử dụng phương pháp đồ thị, ta có các trường hợp sau:

- Với $t < 0$, hai đồ thị $x(\tau)$ và $h(t-\tau)$ không chồng lên nhau, suy ra $y(t) = 0$.

- Với $0 \leq t < 3$, hai đồ thị chồng lên nhau trong khoảng $[0, t]$ nên

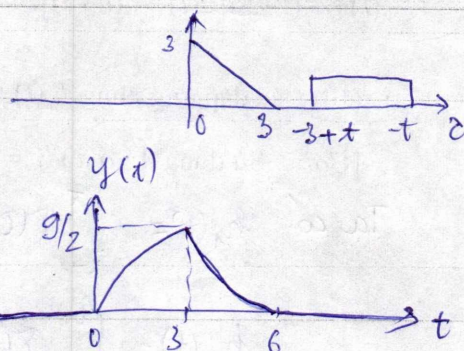
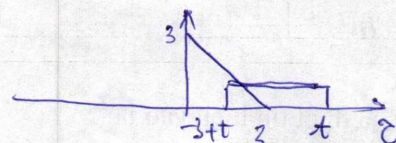
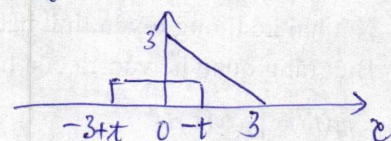
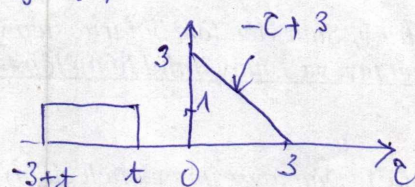
$$y(t) = \int_0^t (1) \cdot (-\tau+3) d\tau = -\frac{1}{2}t^2 + 3t,$$

- Với $3 \leq t < 6$

$$y(t) = \int_{-3+t}^3 (1) \cdot (-\tau+3) d\tau = \frac{t^2}{2} - 6t + 18.$$

- Với $t \geq 6$, $y(t) = 0$.

Vậy $y(t) = \begin{cases} -\frac{1}{2}t^2 + 3t, & 0 \leq t < 3 \\ \frac{t^2}{2} - 6t + 18, & 3 \leq t < 6 \\ 0, & t \text{ khác} \end{cases}$



Bài 2 (Phép biến đổi Fourier và lọc tín hiệu) (2đ)

a) (1đ) Hãy tính và vẽ phổ $X(\omega)$ của tín hiệu tuần hoàn $x(t)$ có biểu thức như sau:

[Lưu ý: Nếu $X(\omega)$ là hàm thực thì chỉ cần vẽ một đồ thị của $X(\omega)$ theo ω .]

$$x(t) = \cos(2\pi t) + 4\cos(6\pi t - \pi).$$

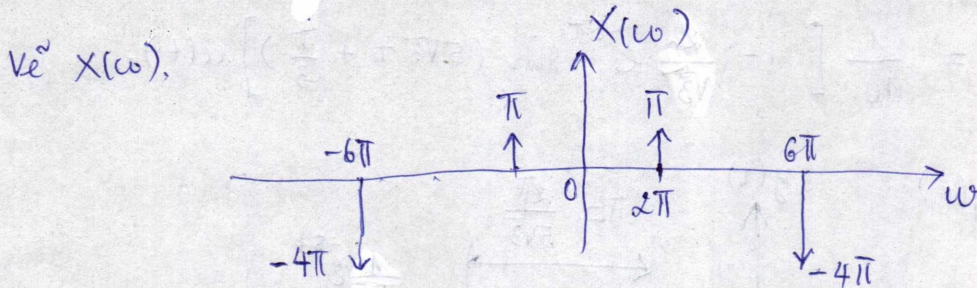
Sử dụng hệ quả của công thức Euler để tìm hệ số chuỗi Fourier cho $x(t)$, ta có:

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{1}{2}e^{j2\pi t} + \frac{1}{2}e^{-j2\pi t} + 2e^{j(6\pi t - \pi)} + 2e^{-j(6\pi t - \pi)} \\ &= \frac{1}{2}e^{j2\pi t} + \frac{1}{2}e^{j(-1)2\pi t} - 2e^{j3 \cdot 2\pi t} - 2e^{j(-3)2\pi t} \end{aligned}$$

Để thấy tần số góc ω là $\omega_0 = 2\pi \text{ rad/s}$, suy ra

$$c_1 = c_2 = \frac{1}{2}, \quad c_3 = c_4 = -2.$$

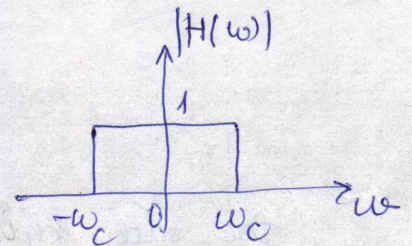
Vậy $X(\omega) = \pi [\delta(\omega - 2\pi) + \delta(\omega + 2\pi)] - 4\pi [\delta(\omega - 6\pi) + \delta(\omega + 6\pi)]$.



b) (1đ) Giả sử $x(t)$ được cho qua một bộ lọc lý tưởng sao cho ở đầu ra của bộ lọc ta thu được $y(t) = \cos(2\pi t)$. Hãy vẽ đáp ứng biên độ - tần số $|H(\omega)|$ của bộ lọc và tìm điều kiện của tần số ngưỡng ω_c của bộ lọc. Đó là loại bộ lọc gì?

Đáp ứng biên độ - tần số $|H(\omega)|$ như hình vẽ.

Để tín hiệu ra $y(t) = \cos(2\pi t)$ thì
 $2\pi < \omega_c < 6\pi$ (rad/s).



Bộ lọc thông thấp.

Bài 3 (Phép biến đổi Laplace và hàm truyền) (3đ)

Cho một hệ thống bậc hai có quan hệ vào-ra được cho bởi phương trình vi phân:

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 10 \frac{dy(t)}{dt} + 100 y(t) = 10 x(t).$$

a) (1đ) Hãy tìm hàm truyền $H(s)$ của hệ thống.

Lấy ảnh Laplace của hai vế của phương trình trên (cho các số kiện bằng 0), ta có

$$s^2 Y(s) + 10s Y(s) + 100 Y(s) = 10 X(s)$$

$$(s^2 + 10s + 100) Y(s) = 10 X(s)$$

⇒ Hàm truyền $H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{10}{s^2 + 10s + 100}$.

b) (2đ) Hãy tìm tín hiệu ra $y(t)$ của hệ thống với tín hiệu vào dạng bước nhảy đơn vị $x(t) = u(t)$. Vẽ phác $y(t)$.

Với $x(t) = u(t)$, ta có $X(s) = \frac{1}{s}$.

Do đó $Y(s) = H(s) X(s) = \frac{1}{s(s^2 + 10s + 100)} = \frac{1}{10s} - \frac{\frac{1}{10}s + 1}{s^2 + 10s + 100}$

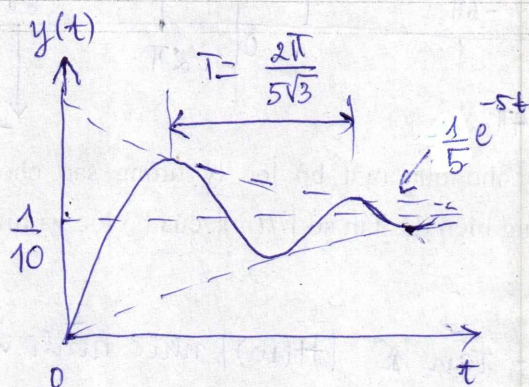
$$= \frac{1}{10} \left[\frac{1}{s} - \frac{s+5}{(s+5)^2 + (5\sqrt{3})^2} - \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{5\sqrt{3}}{(s+5)^2 + (5\sqrt{3})^2} \right],$$

Vậy $y(t) = \mathcal{L}^{-1}\{Y(s)\}$

$$= \frac{1}{10} \left[1 - e^{-5t} \cos(5\sqrt{3}t) - \frac{e^{-5t}}{\sqrt{3}} \sin(5\sqrt{3}t) \right] u(t)$$

$$= \frac{1}{10} \left[1 - 2e^{-5t} \sin\left(5\sqrt{3}t + \frac{\pi}{3}\right) \right] u(t).$$

Vẽ phác $y(t)$



Đọc sách không cốt lấy nhiều, quan trọng nhất là phải chọn cho tinh, đọc cho kỹ. Nếu đọc được 10 quyển sách không quan trọng, không bằng đem thời gian, sức lực đọc 10 quyển ấy mà đọc một quyển thật sự có giá trị.

Chu Quang Tồn (1897-1986)
nhà nữ học & lý luận học nữ tiếng của Tr. Việt